

MATEMATIKA 10.A b. csoport, 10.B b csoport javító vizsga tematika

Összeállította: Kovács István

A vizsgán számológép, függvénytáblázat, toll, vonalzó, körző használható. Az ábrák készítéséhez használhat ceruzát is.

A vizsga írásbeli része 60 perc. Amennyiben a tanuló matematikából az írásbeli vizsgán nem éri el a 12%-ot, abban az esetben szóbeli vizsgát is tesz. A két vizsgán együttesen kell elérni legalább 25%-ot az elégséges érdemjegyhez.

Ha tanuló mentesítve van az írásbeli számon kérések alól, akkor csak szóbeli vizsgát tesz.

Az elégséges alsó határa 25%

Témák:

Kombinatorika: permutáció variáció, kombináció, binomiális együttható, gráfok és tulajdonságaik, fokszám-tétel

Gyökvonás: négyzet gyökvonás és azonosságai, négyzetgyökfüggvény

Másodfokú egyenletek: megoldóképlet, diszkrimináns, gyöktényezős alak, másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, négyzetgyökös egyenlet, szöveges feladatok

Kör és részei: kör, körív hossza, körcikk területe, körgyűrű, Thalész-tétele

Hasonlóság: Hasonlósági transzformáció, háromszögek hasonlósága, hasonló síkidomok területének aránya, hasonló testek térfogatának aránya

Valószínűség-számítás: klasszikus valószínűség, ellentett esemény valószínűsége.

A felkészüléshez javasolt könyv: Matematika 10. Az érthető matematika (OH-MAT10TB)

Tankönyv: https://www.tankonyvkatalogus.hu/pdf/OH-MAT10TB_teljes.pdf

27 – 44 oldal

62 – 75 oldal

80 – 84 oldal

91 – 94 oldal

99 – 113 oldal

117 – 118 oldal

134 – 140 oldal

153 – 156 oldal

177 – 180 oldal

195 – 200 oldal

207 – 216 oldal

222 – 272 oldal

Gyakorló feladatok

I. GYÖKVONÁS

Négyzetgyök

1. Számítsd ki számológép nélkül a pontos értékét:

a) $\sqrt{20} + \sqrt{45}$

b) $\sqrt{12} + \sqrt{3} - \sqrt{27}$;

- c) $\sqrt{28} - \sqrt{63} + \sqrt{7}$;
2. Melyik a nagyobb?
 a) $6\sqrt{3}$ vagy $5\sqrt{2}$;
 b) $3\sqrt{5}$ vagy $4\sqrt{3}$;
3. Számítsd ki a gyökvonás azonosságait használva!:
 a) $\sqrt{\sqrt{61}-5} \cdot \sqrt{\sqrt{61}+5}$;
 b) $\sqrt{12+\sqrt{23}} \cdot \sqrt{12-\sqrt{23}}$;
4. Gyöktelenítsd a törtek nevezőjét!
 a) $\frac{2}{\sqrt{2}}$;
 b) $\frac{5}{\sqrt{3}}$;
 c) $\frac{10}{\sqrt{5}}$;
 d) $\frac{a}{\sqrt{a}}$;
- e);
 f) $\frac{21}{4\sqrt{7}}$;
 g) $\frac{2}{3\sqrt{2}}$;
 h) $\frac{x}{2\sqrt{x}}$;
- i) $\frac{7}{\sqrt{13}-\sqrt{6}}$;
 j) $\frac{8}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$;
 k) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$;
- d) $\sqrt{200} - \sqrt{18} - \sqrt{50}$
 c) $2\sqrt{7}$ vagy $3\sqrt{3}$;
 d) $4\sqrt{10}$ vagy $3\sqrt{15}$;
 c) $\sqrt{\sqrt{75}+\sqrt{59}} \cdot \sqrt{5\sqrt{3}-\sqrt{59}}$;
 d) $\sqrt{\sqrt{x}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{x}+2}$;

II. A MÁSODFOKÚ EGYENLET

5. Oldd meg az egyenletet a valós számok halmazán!
 a) $2x^2 - 4x - 6 = 0$;
 b) $x^2 + 7x + 10 = 0$;
 c) $-60 + 2x^2 - 2x = 0$
 d) $4x^2 - 224 + 4x = 0$
 e) $6x = x^2 + 5$;
 f) $2x^2 = x + 3$;
 g) $0 = x^2 - 8x$;
 h) $x^2 - 9 = 0$;
 i) $2x^2 + 3x - 2 = 0$;
- j) $80 - x^2 = x^2 + 6x$
 k) $80 + x(3x + 8) = 2x(x - 5)$
 l) $27x - 3x^2 - 42 = 0$
 m) $x^2 = 4 + 3x$
 n) $18x - 3x^2 - 24 = 0$
 o) $16 + 2x^2 + 18x = 0$
 p) $6x - 3x^2 + 189 = 0$
 q) $200 - 20x - 4x^2 = 0$
6. Oldd meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!
 a) $(1+2x)(3-x)+x^2=9$
 b) $9x^2-9x+2=(3x-1)(3x-2)$
 c) $47-x(3x+4)=2(17-2x)-62$
 d) $10(x-2)+19=(5x-1)(1+5x)$
 e) $(x-7)(x+3)+(x-1)(x+5)=102$
 f) $(3x-4)^2-(6x-7)^2=0$
 g) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12} = 2$
 h) $\frac{x+4}{3} = \frac{2x+1}{x}$
 i) $\frac{12}{x} - \frac{7x-6}{6} + 5x - 26 = 0$
7. Írj fel legalább két olyan másodfokú egyenletet (a lehető legegyszerűbb alakban), amelynek gyökei:
 a) 5 és 2;

- b) 7 és 4
- c) -1 és -2;
- d) 0 és -1

8. Egyszerűsítsd a következő törtet!

a) $\frac{2x^2 + 3x - 2}{3x^2 + 3x - 6}$;

b) $\frac{6x^2 + x - 2}{-2x^2 + 5x - 2}$;

c) $\frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 + 6x + 8}$;

9. Oldd meg az alábbi magasabb fokú, másodfokúra visszavezethető egyenletet!

a) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$;

b) $16x^4 - 17x^2 + 1 = 0$

c) $2x^4 - x^2 - 1 = 0$

d) $2x^4 + 2x^2 - 4 = 0$;

e) $x^4 + 5x^2 + 6 = 0$;

f) $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$

10. Oldd meg az alábbi egyenlőtlenséget!

a) $x^2 - 6x + 5 < 0$;

b) $2x^2 - 2x - 12 \geq 0$;

c) $-2x^2 + 5x + 7 \leq 0$;

d) $-x^2 + x + 20 > 0$;

e) $x^2 - 6x + 10 > 0$;

11. Oldd meg az alábbi egyenletet!

a) $\sqrt{5-x} = x-3$;

b) $x-2 = \sqrt{3x-6}$;

c) $\sqrt{2x+2} = 3x-1$;

d) $\sqrt{6-2x} = 9+x$;

III. GEOMETRIA (HASONLÓSÁG)

Kör és részei

12. Egy kör sugara 6 cm. Számítsa ki ebben a körben a 120° -os középponti szöghöz tartozó körcikk területét, a körív hosszát!

13. Egy 5 cm sugarú kör középpontjától 13 cm-re lévő pontból érintőt húzunk a körhöz. Mekkora az érintőszakasz hossza? Írja le a számítás menetét!

14. Mekkora az egység sugarú kör 270° -os középponti szögéhez tartozó ívének hossza?

Síkidomok hasonlósága

15. Egy világítótorony árnyéka 8 m hosszú. Ugyanakkor, ugyanott egy 4 m hosszú bot árnyéka 160 cm. Milyen magas a világítótorony?

16. Egy trapéz alapja 10,5 cm, illetve 4,8 cm, szárjai 2,8 cm és 3 cm hosszúságúak. Számítsa ki a kiegészítő háromszög oldalait!
17. Egy trapéz párhuzamos oldalainak hossza 2 és 6 egység, a száraké 4 és 5 egység.
- Mekkorák a kiegészítő háromszög oldalai?
 - Milyen arányban osztják egymást a trapéz átlói?
18. Egy téglalap minden oldalát 3 szorosára növeljük, hányszorosára nő a területe?
19. Az ABC derékszögű háromszög egyik befogója 8 cm, átfogója 17 cm hosszú.
- Számítsa ki a háromszög területét!
 - Hány cm^2 a háromszög körülírt körének területe?
A DEF háromszög hasonló az ABC háromszöghöz, és az átfogója 13,6 cm hosszú.
 - Hány százaléka a DEF háromszög területe az ABC háromszög területének?

IV. KOMBINATORIKA

Kombinatorika

Ismétlés nélküli permutáció

20. Öt diák (A, B, C, D, E) elmegy moziba, és egymás mellé kapnak jegyeket.
- Hányféle sorrendben ülhetnek le egymás mellé?
 - Hányféle sorrendben ülhetnek le egymás mellé, ha A és C mindenképp egymás mellé szeretne ülni?
 - Hányféle sorrendben ülhetnek le egymás mellé, ha A és C semmiképp sem szeretne egymás mellé szeretne ülni?
 - Az 5 diák mozi után cukrászdába megy, s egy kör alakú asztal köré ülnek. Hányféleképpen foglalhatnak helyet?
21. Matekból, irodalomból, történelemből és informatikából kell házi feladatot készítenem. Hányféle sorrendben tehetem ezt meg?
22. Hat lány és 5 fiú együtt megy el a színházba. A jegyek egymás mellé szólnak.
- Hányféleképpen ülhetnek le?
 - Hányféleképpen foglalhatnak helyet, ha fiú fiú mellé, lány lány mellé nem ülhet?
23. Négy házaspár lép be egy szobába, az ajtón egyszerre legfeljebb egy ember tud belépni.
- Hányféle sorrendben juthatnak be a szobába?
 - Hányféle sorrendben mehetnek be, ha két egymást követő belépő ember csak különböző nemű lehet?
 - Hányféle sorrendben mehetnek be, ha nő az első, és minden nőt a férje követ?
24. András, Balázs, Csaba, Dénes, Endre és Ferenc egy koncerten egymás mellett foglalnak helyet. András és Ferenc úgy döntenek, hogy egymás mellé ülnek.
- Hányféleképp ülhet le a társaság?
 - Hányféleképp ülhetnek le, ha András és Ferenc semmiképp sem akarnak egymás mellé ülni?
 - Koncert után beülnek egy étterembe, ahol kör alakú asztalnál vacsoráznak. Hányféleképp foglalhatnak helyet, ha bárki bárki mellé ülhet?
 - Hányféleképp foglalhatnak helyet, ha András és Ferenc még mindig nem szeretnék egymás mellett ülni?
 - Hányféleképp ülhetnek le az étteremben, ha András, Balázs és Csaba valamilyen sorrendben egymás mellett akarnak vacsorázni?

25. 8 lányból és 10 fiúból hányféleképpen lehet összeállítani a lehető legtöbb egyszerre táncoló párt?

Isméltéses permutáció

26. Egy 10 fős társaság 3 tiramisut, 4 dobostortát, 2 gesztenyepürét és 1 somlói galuskát rendel. Hányféleképpen oszthatja ki a felszolgáló az édességeket, ha nem tudja, ki mit rendelt?

27. Hányféle sorrendben írhatók le a MATEMATIKA szó betűi?

28. Hányféle sorrendben írhatók le a MAGYARORSZÁG szó betűi?

29. Jocónak 3 egyforma fekete, 2 egyforma kék, 2 egyforma zöld és egy csíkos nyakkendője van. Hányféleképp viselheti ezeket 8 napon át, ha egy-egy napon egy nyakkendőt használ, és minden nap másikat?

30. Hányféle hatjegyű szám készíthető az 1, 2, 2, 3, 3, 3 számjegyekből?

31. Hányféle kilencjegyű, 5-tel osztható szám készíthető a 0, 2, 4, 4, 4, 6, 6, 6, 6 számjegyekből?

Isméltés nélküli variáció

32. Tíz fő futóversenyen vesz részt. Hányféleképpen oszthatják ki az első három helyezettnek járó arany-, ezüst- és bronzérmeket?

33. Hány olyan ötjegyű szám van, amiben minden számjegy különböző?

34. 10-féle sütemény van az asztalon. Négy darab különböző süteményt szeretnénk enni. Hányféleképpen lehetséges ez?

35. Egy iskolai rendezvényen 150 tombolajegyet adnak el. Ezek tulajdonosai között 10 különböző nyereményt sorsolnak ki. Hányféleképp történhet ez?

36. Egy 36 fős osztályban egy könyvet, egy társasjátékot, egy labdát, egy töltőtollat és egy ceruzát sorsolnak ki azzal a feltétellel, hogy minden tanuló csak egy tárgyat kaphat. Hányféleképp végződhet a sorsolás?

37. Nyolcféle fagyaltból három különböző ízűt választunk egy tölcsérbe. Hányféleképp történhet ez?

Isméltéses variáció

38. Az étteremben 5-féle főétel közül választhatunk, bármelyikből nagy mennyiség áll rendelkezésre. Egy 8 főből álló társaság hányféleképpen választhat belőlük egy-egy ételt, ha elvileg minden ételt mindenki szívesen elfogyaszt?

39. Hányféleképpen lehet kitölteni egy 13+1-es totószelvényt?

40. Hány ötjegyű szám van?

41. Hány ötjegyű szám készíthető a 0, 1, 2 számjegyek felhasználásával?

42. Tizenöt tanuló között hányféleképpen lehet kiosztani öt különböző tárgyat, ha egy tanuló több tárgyat is kaphat?

43. Tízféle fagyaltból választunk 4 gombócot egy tölcsérbe, egy féleből többet is választhatunk. Hányféleképp alakulhat a tölcsér tartalma?

44. 1990 előtt két betű – négy szám típusú rendszámuk volt a gépjárműveknek. Hányféle rendszám volt létrehozható, ha a magyar ábécé 26 egyjegyű betűjét és bármilyen számjegyet használhatunk fel?

45. Hányféle három betű – három szám típusú rendszámot lehet létrehozni?

Ismétlés nélküli kombináció

46. Tíz fő futóversenyen vesz részt. Hányféleképpen oszthatják ki az első három helyezettnek járó egyforma oklevelet?

47. Egy 30 fős osztályból hányféleképpen lehet kiválasztani két diákönkormányzati képviselőt?

48. Hányféleképpen lehet kitölteni egy ötös lottószelvényt?

49. Egy 32 lapos magyar kártyából 6 lapot húzunk. Hányféleképpen lehetséges ez?

50. Háromféle gyümölcsből szeretnénk 1-1 kg-ot vásárolni a piacon, ahol a gyümölcsök közül almát, körtét, sárgadinnyét, szilvát és őszibarackot árulnak. Hányféleképp végződhet a vásárlás?

51. Húsz ismerősünk közül tízet szeretnénk buliba hívni. Hányféleképp tehetjük ezt meg?

52. Egy 36 fős osztályból három diákot választunk, akik szerepelnek egy iskolai ünnepségen. Hányféleképp történhet a válogatás?

53. 12-féle fagyaltból 5 különböző ízű gombócot választunk egy fagyaltkehelybe. A gombócok elhelyezkedése a kehelyben közömbös számunkra. Hányféleképp történhet ez?

54. Egy szálláson 2 db 5 ágyas, 1db 4 ágyas és 1 db 3 ágyas szobában száll meg 17 diák. Hányféleképpen helyezkedhetnek el a szobákban, ha egy szobában levő férőhelyek között nem teszünk különbséget?

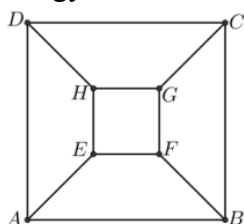
Gráfok

55. A diákönkormányzat újonnan választott négytagú vezetősége: Kata, Mari, Réka és Bence. Közülük Kata három, Réka és Bence pedig két-két vezetőségi tagot ismert korábbról. Mari a négyes csoportnak csak egy tagját ismerte. (Az ismeretségek kölcsönösek.) Rajzolja fel a négytagú vezetőség választás előtti ismeretségi gráfját!

56. Adja meg az alábbi hétpontú gráfban a csúcsok fokszámának összegét! Hány éle van a gráfnak?



57. Számítsa ki, hány élt kell még a gráfba berajzolni ahhoz, hogy az így kapott gráf mindegyik csúcsát pontosan egy él kösse össze a gráf mindegyik más csúcsával!



58. Rajzoljon olyan hatpontú gráfot, amelyben a pontok fokszáma: 0; 1; 2; 2; 3; 4.

V. VALÓSZÍNŰÉGSZÁMÍTÁS

59. Mennyi a valószínűsége, hogy egy szabályos dobókockával dobott szám
- a) legalább 5?
 - b) prím?
 - c) páros prím?
 - d) legfeljebb 4?
 - e) legalább 6?
60. Mennyi a valószínűsége, hogy két szabályos dobókockával dobva a dobott pontok összege
- a) 10?
 - b) legalább 10?
 - c) legfeljebb 4?
 - d) 4-nél kevesebb?
61. A 32 lapos magyar kártyából 4 lapot húzunk. Mennyi a valószínűsége, hogy
- a) nincs köztük ász?
 - b) van köztük ász?
 - c) nincs köztük a piros ász?
 - d) köztük van a piros ász?
62. Egy csoportban 7 lány és 5 fiú van. Véletlenszerűen kiválasztunk 4 embert közülük. Mennyi a valószínűsége, hogy 2 fiút és 2 lányt választunk ki?